

一级学科： 控制科学与工程

学科方向： 电气工程与控制

北京理工大学

青年教师学术启动计划

项目执行报告

项目名称：	金属管道涡流场的解析解及其在无损检测中的应用
项目负责人：	毛雪飞
所在学院：	自动化学院
项目学科类别：	工科
联系电话：	15201122896
填报日期：	2017年10月25日

北京理工大学人事处制

二〇一三年十一月

二. 项目进展情况

1、项目的具体研究进度

经过两年的研究，本项目基本完成了申请书中的研究内容，包括解析分析放置式线圈管道涡流场、分析剩磁对金属管道涡流场的影响、金属管道涡流场反问题的研究等，获得了管道外任意放置线圈的涡流场解析解以及金属管道壁厚、电导率和磁导率等参数的涡流检测方法等成果，发表 SCI 论文一篇、国内会议论文 1 篇，另有一篇论文再写，达到预期目标。在本项目的研究基础上，项目负责人获批国家自然科学基金青年基金一项，为开展更深入地研究提供了保障。

2、阶段性成果

2.1 任意放置式线圈金属管道涡流场的解析解

假设线圈 C 任意放在无限长金属管道外侧，如图 1 所示。以管道轴线为 z 轴建立圆柱坐标系，其中 ρ 轴穿过线圈中心。管道的内半径为 r_i ，外半径为 r_o ，电导率为 σ ，管道的磁导率 μ 假设为线性的。线圈内通有幅值为 I ，角频率为 ω 的交流电。整个场区可以分为五个部分：区域 1 为管道内部分，区域 2 为管壁部分，区域 3 为管道外壁至线圈之间的区域。

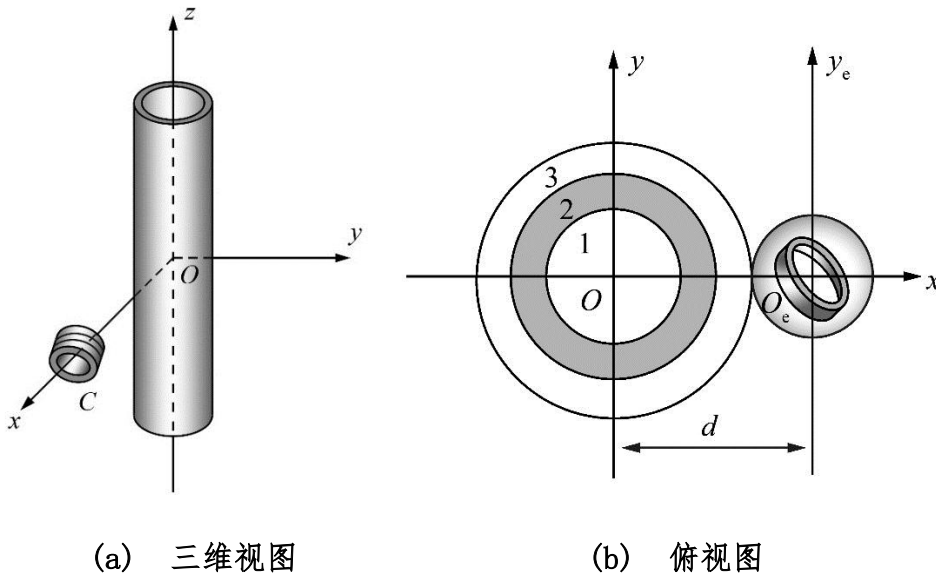


图 1 管道外任意放置式线圈示意图

利用二阶磁矢位可以得到区域 1、2、3 中二阶位函数的表达式为：

$$W_{a1} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{1m} I_m (|\alpha| \rho) e^{jm\phi} e^{j\alpha z} d\alpha \quad (1)$$

$$W_{a2} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [C_{a2m} I_m(\alpha_k \rho) + D_{a2m} K_m(\alpha_k \rho)] e^{jm\varphi} e^{j\alpha z} d\alpha \quad (2)$$

$$W_{b2} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [C_{b2m} I_m(\alpha_k \rho) + D_{b2m} K_m(\alpha_k \rho)] e^{jm\varphi} e^{j\alpha z} d\alpha \quad (3)$$

$$W_{a3} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [C_{sm} I_m(|\alpha| \rho) + D_{ecm} K_m(|\alpha| \rho)] e^{jm\varphi} e^{j\alpha z} d\alpha \quad (4)$$

利用内边界条件获得待定系数 C_{1m} 、 C_{a2m} 、 D_{a2m} 、 C_{b2m} 、 D_{b2m} 和 D_{ecm} 与线圈系数 C_{sm} 之间的关系为：

$$C_{1m} = \frac{\alpha_k^2 S \Gamma}{\alpha^2 \mu_r I_m(|\alpha| r_i)} C_{sm}$$

$$C_{a2m} = \frac{FS}{\Lambda} C_{sm}$$

$$D_{a2m} = -\frac{ES}{\Lambda} C_{sm}$$

$$C_{b2m} = \frac{m}{\alpha \alpha_k} \frac{S}{J} \gamma C_{sm}$$

$$D_{b2m} = \frac{m S C_{sm}}{\alpha \alpha_k K'_m(\alpha_k r_o)} \left[\frac{\Gamma}{r_o} - \frac{I'_m(\alpha_k r_o)}{J} \gamma \right]$$

$$D_{ecm} = \frac{C_{sm}}{K_m(|\alpha| r_o)} \left[\frac{\alpha_k^2 S}{\alpha^2 \mu_r} \Gamma - I_m(|\alpha| r_o) \right]$$

式中 $S = \frac{|\alpha|}{\alpha_k} [I'_m(|\alpha| r_o) - I_m(|\alpha| r_o) M]$ ， $\gamma = \frac{FG - EH}{\Lambda}$ ，

$$\Gamma = \frac{F I_m(\alpha_k r_o) - E K_m(\alpha_k r_o)}{\Lambda}， \quad \Lambda = BE - AF，$$

$$A = \frac{\alpha_k M I_m(\alpha_k r_o)}{\mu_r |\alpha|} + \frac{m^2 k^2 [L I_m(\alpha_k r_o) + r_o G U]}{\alpha_k^2 \alpha^2 r_o^2} - I'_m(\alpha_k r_o)，$$

$$B = \frac{\alpha_k M K_m(\alpha_k r_o)}{\mu_r |\alpha|} + \frac{m^2 k^2 [L K_m(\alpha_k r_o) + r_o H U]}{\alpha_k^2 \alpha^2 r_o^2} - K'_m(\alpha_k r_o)，$$

$$E = \frac{\alpha_k N I_m(\alpha_k r_i)}{\mu_r |\alpha|} + \frac{m^2 k^2 [P I_m(\alpha_k r_i) + r_i G V]}{\alpha_k^2 \alpha^2 r_i^2} - I'_m(\alpha_k r_i)，$$

$$F = \frac{\alpha_k N K_m(\alpha_k r_i)}{\mu_r |\alpha|} + \frac{m^2 k^2 [P K_m(\alpha_k r_i) + r_i H V]}{\alpha_k^2 \alpha^2 r_i^2} - K'_m(\alpha_k r_i),$$

$$G = \frac{I_m(\alpha_k r_i)}{r_i} - \frac{Q I_m(\alpha_k r_o)}{r_o}, \quad H = \frac{K_m(\alpha_k r_i)}{r_i} - \frac{Q K_m(\alpha_k r_o)}{r_o}, \quad J = I'_m(\alpha_k r_i) - Q I'_m(\alpha_k r_o),$$

$$M = K'_m(|\alpha| r_o) / K_m(|\alpha| r_o), \quad N = I'_m(|\alpha| r_i) / I_m(|\alpha| r_i), \quad L = K_m(\alpha_k r_o) / K'_m(\alpha_k r_o),$$

$$P = K_m(\alpha_k r_i) / K'_m(\alpha_k r_i), \quad Q = K'_m(\alpha_k r_i) / K'_m(\alpha_k r_o), \quad U = \frac{I_m(\alpha_k r_o) - L I'_m(\alpha_k r_o)}{J},$$

$$V = \frac{I_m(\alpha_k r_i) - P I'_m(\alpha_k r_i)}{J}.$$

以上式子表明只要求出倾斜线圈的线圈系数 C_{sn} ，即可得到区域 1、2、3 中其它的待定系数，从而得到 W_a 和 W_b 的解析表达式。

对于管道外任意放置线圈，我们建立如下数学模型。设线圈的匝数为 N ，线圈内半径为 r_{ei} ，线圈外半径为 r_{eo} ，线圈高度为 h ，线圈中心距原点的距离为 d 。以线圈中心为原点，建立线圈的局部坐标系 $O_e x_e y_e z_e$ ，其中 x_e 轴和 ρ 轴方向一致， z_e 轴和 z 轴方向一致，如图 1 (b) 所示。为了计算方便，本文利用线圈中间平面的单位法向矢量 \mathbf{n}_e 的水平夹角 φ_e ($-90^\circ \leq \varphi_e \leq 90^\circ$) 和垂直仰角 θ_e ($0^\circ \leq \theta_e \leq 180^\circ$) 来描述线圈的倾斜情况，如图 2 所示。

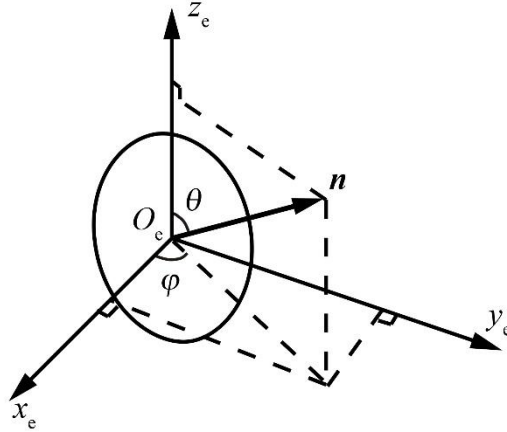


图 2 线圈平面法向矢量及其水平夹角 φ 和垂直仰角 θ 的定义

通过推导，可以得到在局部坐标系中，在如图 1 (b) 所示包围线圈的球面外区域，入射场磁标位为：

$$\phi_s = -\frac{\mu_0 j_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n}{n+1} \sum_{\nu=-n}^n \frac{(-j)^{n-\nu}}{\pi(n+\nu)!} P_n^\nu(\cos \theta_e) e^{-j\nu\varphi_e} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^n K_\nu(|\alpha| \rho_e) e^{j\nu\varphi_e} e^{j\alpha z} [-\text{sgn}(\alpha)]^\nu d\alpha$$

(5)

式中 G_n 是对线圈所在区域的积分，其表达式为

$$G_n = \int_{r_{ei}}^{r_{eo}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin \theta_0 r_0^{n+1} P_n^1(\cos \theta_0) dx_0 dz_0$$

其中 P_n^v 是缔合勒让德多项式， $\sin \theta_0 = x_0 / r_0$ ， $r_0 = \sqrt{x_0^2 + z_0^2}$ 。

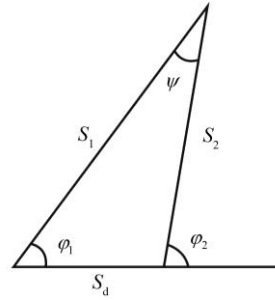


图 3 某一三角形及其几何参数

利用修正贝塞尔函数的加法定理可得到全局圆柱坐标系中的线圈系数。由第二类修正贝塞尔函数的加法定理可知，对于如图 3 所示的三角形，当 $S_1 > S_d$ 时有：

$$G_n = 2 \int_{r_{ei}}^{r_{eo}} \int_0^{\frac{h}{2}} \sin \theta_0 r_0^{n+1} P_n^1(\cos \theta_0) dx_0 dz_0$$

由图 1(b) 可知， $d > \rho$ ，于是可令 d 为 S_1 ， ρ 为 S_d ， ρ_e 为 S_2 ，这样上式可化为：

$$K_n(S_2) e^{jm\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{n+m}(S_1) I_m(S_d) e^{jm\phi_1}$$

令 $n = -v$ 可得：

$$K_v(|\alpha| \rho_e) e^{jv\phi_e} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^v I_m(|\alpha| \rho) K_{v-m}(|\alpha| d) e^{jm\phi}$$

将上式代入式 (5) 中可得：

$$\phi_s = -\frac{\mu_0 i_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n}{n+1} \sum_{v=-n}^n \frac{(-j)^{n-v}}{\pi(n+v)!} P_n^v(\cos \theta_c) e^{-jv\varphi_c}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \alpha^n \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^v I_m(|\alpha|\rho) K_{m-v}(|\alpha|d) e^{jm\varphi} e^{j\alpha z} [-\operatorname{sgn}(\alpha)]^v d\alpha$$

将上式移项可得：

$$\phi_s = -\frac{\mu_0 i_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n}{n+1} \sum_{v=-n}^n \alpha^n [\operatorname{sgn}(\alpha)]^v \frac{(-j)^{n-v}}{\pi(n+v)!} P_n^v(\cos \theta_c) e^{-jv\varphi_c}$$

$$I_m(|\alpha|\rho) K_{m-v}(|\alpha|d) e^{jm\varphi} e^{j\alpha z} d\alpha \quad (6)$$

由于在圆柱坐标系中，区域3中入射场磁通密度 \mathbf{B} 为：

$$\mathbf{B} = \nabla \phi_s = \nabla \left(\frac{\partial W_{as}}{\partial z} \right)$$

所以

$$W_{as} = \int \phi_s dz$$

$$= \frac{j\mu_0 i_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n \alpha^{n-1}}{n+1} \sum_{v=-n}^n [\operatorname{sgn}(\alpha)]^v \frac{(-j)^{n-v}}{\pi(n+v)!} P_n^v(\cos \theta_c) e^{-jv\varphi_c}$$

$$K_{m-v}(|\alpha|d) I_m(|\alpha|\rho) e^{jm\varphi} e^{j\alpha z} d\alpha \quad (7)$$

由此可知，对于管道外任意倾斜线圈，其线圈系数为：

$$C_{sm} = \frac{j\mu_0 i_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n \alpha^{n-1}}{n+1}$$

$$\sum_{v=-n}^n [\operatorname{sgn}(\alpha)]^v \frac{(-j)^{n-v}}{\pi(n+v)!} P_n^v(\cos \theta_c) e^{-jv\varphi_c} K_{m-v}(|\alpha|d)$$

由于

$$P_n^{-v}(x) = (-1)^v \frac{(n-v)!}{(n+v)!} P_n^v(x)$$

所以上式可以化为

$$C_{sm} = \frac{j\mu_0 i_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n \alpha^{n-1}}{n+1} \left(\frac{j^{3n}}{\pi n!} P_n(\cos \theta_c) K_m(|\alpha|d) + \sum_{v=1}^n \frac{[\text{sgn}(\alpha)]^v j^{3n+v}}{\pi(n+v)!} P_n^v(\cos \theta_c) \left[e^{-jv\theta_c} K_{m-v}(|\alpha|d) + e^{jv\theta_c} K_{m+v}(|\alpha|d) \right] \right) \quad (8)$$

这样，根据式(8)就能得到管道外任意放置线圈的涡流场解析解。以此解析解为基础，本项目目前在国内无损检测会议上发表论文一篇，另有一篇论文正在撰写中。

2.2 铁磁管道剩磁分析以及反问题研究

本项目在解析解的基础上，用扫频法测出不同频率时的垂直线圈感抗相对增量，根据测量值可通过最优算法反演计算出管道内半径、壁厚、电导率相对磁导率和线圈提离。

在用最优化方法计算金属管道涡流场反问题时，需要找出一组参数使得线圈感抗相对增量的计算值与实测值误差最小，这个问题可以表示为：

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{b \times 5}} f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{R}(l, t, r_i, \mu_r, \sigma) - \mathbf{T}\|^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{F}(\mathbf{x})\|^2 \quad (9)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} l > 0 \\ t > 0 \\ r_i > 0 \\ \mu_r \geq 1 \\ \sigma > 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中 \mathbf{x} 为待求参数向量，它为 1×5 的数组； $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ 为理论计算结果， \mathbf{T} 为实测结果，他们均为 $n \times 1$ 的数组， n 为测试点的个数。这个问题是一个典型的非线性最小二乘问题，可以采用 L-M 法进行求解。

式 10 表明该最优化问题是有约束的最优化问题。为了简化计算，可以利用平方函数对待求量进行变换，将有约束的问题化为无约束的问题。这样待求量 \mathbf{x} 为：

$$\begin{bmatrix} l \\ t \\ r_i \\ \mu_r \\ \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + \varepsilon_0 \\ x_2^2 + \varepsilon_0 \\ x_3^2 + \varepsilon_0 \\ x_4^2 + 1 \\ x_5^2 + \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 ε_0 为一个极小数。为了计算方便，这里在上式的左端乘以一定的系数，使 \mathbf{x}

中各个变量的数量级相差不大。考虑到金属管道的内半径、壁厚和线圈提离均为毫米级，相对磁导率通常在几十到几百之间，电导率的数量级为 10^6 ，上式可以化为：

$$\begin{bmatrix} 100l \\ 100t \\ 100r_i \\ 0.01\mu_r \\ 1*10^{-6}\sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + \varepsilon_0 \\ x_2^2 + \varepsilon_0 \\ x_3^2 + \varepsilon_0 \\ x_4^2 + 1 \\ x_5^2 + \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

在这种情况下， $F(\mathbf{x})$ 的 Jacobi 矩阵可用下式求解，

$$\begin{cases} \frac{1}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial x_1} = \frac{1}{X_0} \frac{\partial l}{\partial x_1} \frac{\partial \Delta X}{\partial l} = \frac{0.02x_1}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial l} \\ \frac{1}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial x_2} = \frac{1}{X_0} \frac{\partial t}{\partial x_2} \frac{\partial \Delta X}{\partial t} = \frac{0.02x_2}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial t} \\ \frac{1}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial x_3} = \frac{1}{X_0} \frac{\partial r_i}{\partial x_3} \frac{\partial \Delta X}{\partial r_i} = \frac{0.02x_3}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial r_i} \\ \frac{1}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial x_4} = \frac{1}{X_0} \frac{\partial \mu_r}{\partial x_4} \frac{\partial \Delta X}{\partial \mu_r} = \frac{200x_4}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial \mu_r} \\ \frac{1}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial x_5} = \frac{1}{X_0} \frac{\partial \sigma}{\partial x_5} \frac{\partial \Delta X}{\partial \sigma} = \frac{2*10^6 x_5}{X_0} \frac{\partial \Delta X}{\partial \sigma} \end{cases} \quad (13)$$

式中 ΔX 为线圈感抗增量， X_0 为空气中线圈的自感抗。

为了更好地测量铁磁管道的参数，本项目将一根 20 号低碳钢铁磁管道置于直流磁路中，如图 4 所示。待测管道的材料为 20 号钢，壁厚为 2.08 mm，内半径为 19.6 mm。线圈阻抗增量的测试结果如图 5 所示。图 6 给出了利用 L-M 算法计算得到的反演值与实测值的相对误差以及计算残差，其中横坐标为初始值与实测值的差值百分比。从图 6 可以看出，当初始值在实测值的 -30%~10% 之间时，利用 L-M 算法可以准确地得到被测铁磁管道的壁厚、内半径、相对磁导率和电导率。

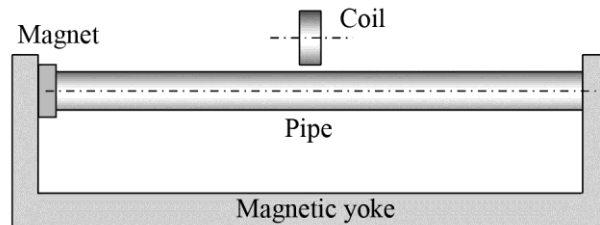


图 4 磁路中的管道示意图

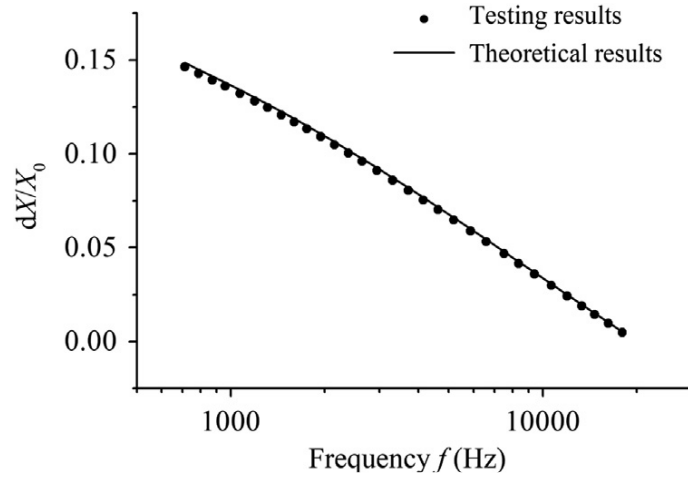


图 5 线圈阻抗增量的测试结果

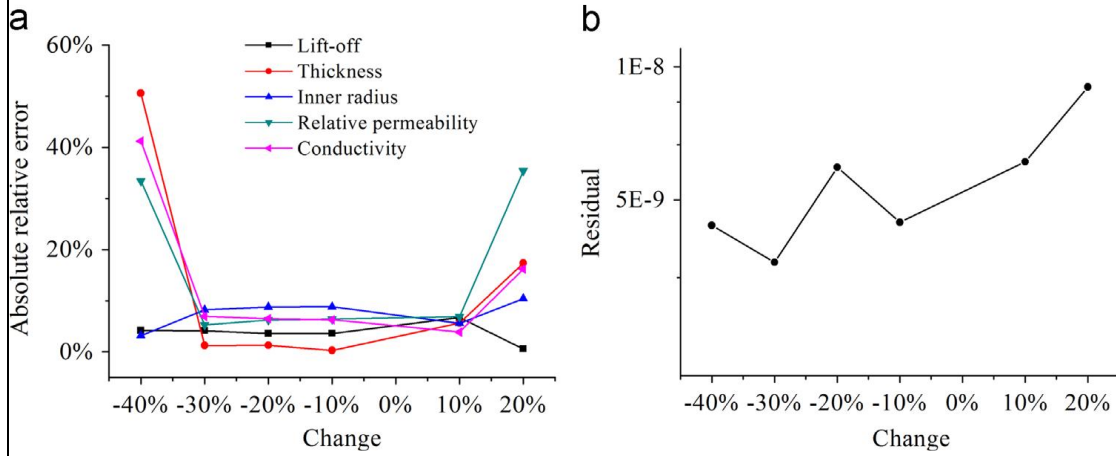


图 7 铁磁管道的反演计算结果

基于铁磁管道反演计算的研究结果，本项目发表 SCI 论文一篇。

3、经费使用情况

本项目于 2014 年获得经费 5 万元，2015 年获得经费 5 万元，总共获得经费 10 万元。截止目前，所有经费已经全部使用，没有结余。利用本项目的研究经费，本项目购置了开展涡流无损检测所需的管道、磁铁以及其它电子元器件。此外，还有部分经费用于支出与专家交流讨论的交通费用、发表论文的版面费以及购置图书、复制文献资料等。

4、遇到的问题

在本项目的研究过程中，无其它问题。

三. 目前正在承担的主要科研任务

项目编号	项目名称	经费(万元)	起止年月	负责或参加	项目来源
51707009	基于微扰法的带表面裂纹金属管道涡流场的近似解析研究	22	2018.1-2020.12	负责	国家自然科学基金青年基金

四. 重要论著及被引用情况

论文、专著名称	年份	学术期刊或出版社名称	收录情况	卷(期)	页	作(著)者名次	引用次数
一种基于贝塞尔函数加法定理的金属管道涡流场解析计算方法	2016	第十四届无损检测新技术交流会				1	
Thickness measurement of metal pipe using swept-frequency eddy current testing	2016	NDT and E International	SCI, 影响因子 2.726	78	10-19	1	4

“收录情况”请注明被 SCI、EI、核心期刊收录情况，如被 SCI 收录，请注明影响因子。

五. 授权发明专利

专利名称	授权专利号	年份	授权国家或地区	本人名次	经济效益(万元)

六. 获奖目录

获奖项目名称	奖励类别(等级)	授予单位	获奖时间	本人排名